

1	2	3	4	5	Total

Name: Student No: /Lecturer.....

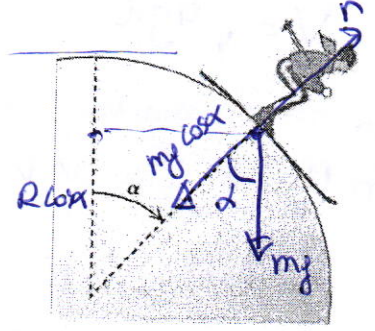
Sınav sırasında hesap makinası kullanılması serbest, ancak alışverişi yasaktır.

Gerekirse $g=9,80 \text{ m/s}^2$ olarak alınız. Her bir soru 20 puandır. **Başarılar dileriz.**

You can use calculator during the exam but exchanging is not allowed.

Take $g = 9,80 \text{ m/s}^2$ if necessary. Each question worth 20 points. **Good luck.**

1. A skier starts at the top of a very large frictionless snowball of radius R , with a very small initial speed, and skis straight down the side. At the instant she loses contact with the snowball, what angle α does a radial line from the center of the snowball to the skier make with the vertical?



Büyük ve sürtünmesiz R yarıçaplı bir kartopunun üstünden aşağı doğru çok küçük bir hızla kaymaya başlayan bir kayakçının kartopu ile teması kesildiği noktadan geçen yarıçap doğrusunun dikey ile yaptığı açı α ise bu açıyı bulunuz.

Radyal bileşenler için $F_{\text{rad}} = m a_{\text{rad}}$

$$mg \cos \alpha - n = m \frac{v^2}{R}$$

, temas kesilmek üzere ise $n=0$

$$mv^2 = mgR \cos \alpha$$

enerjinin korunumundan

$$mgR = mgR \cos \alpha + \frac{1}{2} mv^2$$

$$mgR = mgR \cos \alpha + \frac{1}{2} \cdot mgR \cos \alpha$$

$$1 = \frac{3}{2} \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) = 48.2^\circ$$

2. As shown in Figure, a bullet of mass m and speed v passes completely through a pendulum bob of mass M . The bullet emerges with a speed of $v/2$. The pendulum bob is suspended by a stiff rod of length " l " and negligible mass. What is the minimum value of v such that the pendulum bob will barely swing through a complete vertical circle?

Şekil'de görüldüğü gibi, m kütleli ve v hızlı bir mermi, M kütleli bir sarkaç içinden geçer ve $v/2$ hızı ile çıkar. Sarkaç " l " uzunluğunda ve kütlesi ihmal edilebilen katı bir çubuğun ucunda asılıdır. Sarkacın tam bir düşey daire üzerinde hareket edebilmesi için minimum v hızı ne olmalıdır?

en azından, $V =$ çarpışmadan sonra bloğun hızı için

$$\frac{1}{2} M V^2 = Mgl \text{ olmalı}$$

$$V = \sqrt{4gl} \text{ olmalı.}$$

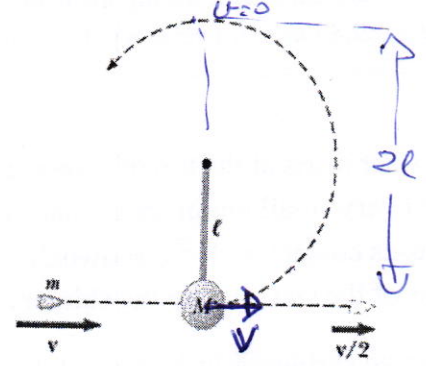
Çarpışma sırasında momentum korunur:

$$m u = m \frac{u}{2} + M V$$

$$\frac{m u}{2} = M V$$

$$\frac{m u}{2} = M \sqrt{4gl}$$

$$u = \frac{4M}{m} \sqrt{gl}$$



3. A uniform solid disk of radius R and mass M is free to rotate on a frictionless pivot through a point on its rim as shown in the figure. If the disk is released from rest in the position shown by the gray circle, (a) what is the speed of its center of mass when the disk reaches the position indicated by the dashed circle? (b) What is the speed of the lowest point on the disk in the dashed position? (Moment of inertia of a uniform circular disc about an axis passing through its center is $\frac{1}{2} MR^2$)

Yarıçapı R ve kütlesi M olan düzgün katı bir disk, şekilde gösterildiği gibi çevresi üzerindeki bir nokta etrafında dönebilecek şekilde tutturulmuştur. Eğer disk gri daire ile gösterilen konumdan serbest bırakılırsa, (a) kesikli çizgi ile gösterilen konuma geldiğinde kütle merkezinin hızı ne olur? (b) kesikli konumda, disk üzerindeki en alt noktanın hızı nedir? (Düzgün kütle dağılımına sahip dairesel bir diskin merkezinden geçen eksene göre eylemsizlik momenti $\frac{1}{2} MR^2$ ifadesi ile verilir.)

bir kenarı etrafında
dönen disk için

$$I = \frac{1}{2} MR^2 + MR^2 = \frac{3}{2} MR^2$$

enerjinin korunumu

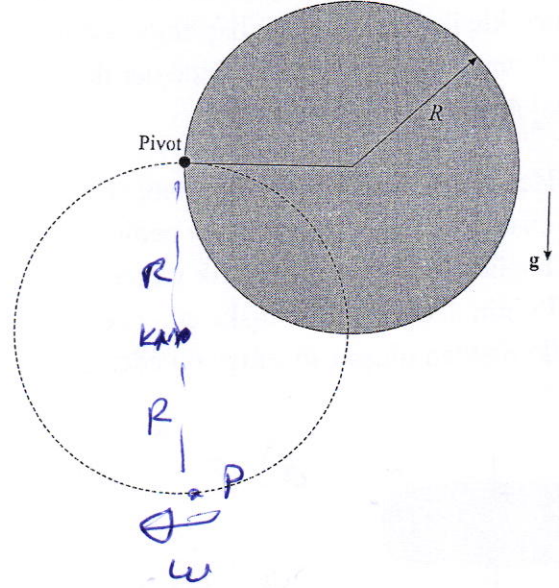
$$MgR = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$\omega = \frac{2MgR}{I} = \frac{2MgR}{\frac{3}{2} MR^2} = \frac{4g}{3R}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{4g}{3R}} = 2 \sqrt{\frac{g}{3R}}$$

$$a) \quad U_{km} = r\omega = R \cdot \sqrt{\frac{4g}{3R}} = \sqrt{\frac{4gR}{3}} = 2 \sqrt{\frac{gR}{3}}$$

$$b) \quad U_p = \frac{r\omega}{2R} = 2R \sqrt{\frac{4g}{3R}} = 2 \cdot 2 \sqrt{\frac{gR}{3}} = 4 \sqrt{\frac{gR}{3}}$$

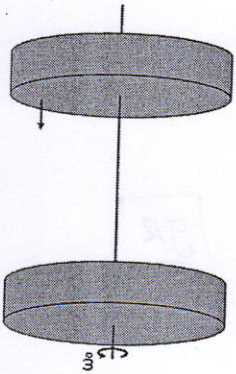


4. A disc of mass 250 kg and radius 2.00 m is rotating at 4.00 rad/s on a frictionless surface when an identical non-rotating disc falls on top of the first. Because of friction between the disks they come to rotate at the same rate in 0.01 s. (For a disc $I = \frac{1}{2}MR^2$)

- What is the moment of inertia of each disc?
- What is the final angular speed of the two discs?
- What is the initial and final values of the total kinetic energy? Where does the lost kinetic energy go?
- What is the average torque acting on the dropped disc? What is the source of this torque?
- What is the average total torque acting on the system of the two discs?

Kütlesi 250 kg ve yarıçapı 2,00 m olan bir disk sürtünmesiz bir yüzey üzerinde 4,00 rad/s süratıyla dönmekte iken tam üstüne başlangıçta dönmeyen özdeş bir silindir düşmüştür. İki disk arasındaki sürtünmeden dolayı 0,01 s içinde her ikisi de ortak bir açısal sürate ulaşırlar. (Disk için eylemsizlik momenti $I = \frac{1}{2}MR^2$)

- Her bir diskin eylemsizlik momenti nedir?
- Disklerin son açısal süratleri nedir?
- Toplam kinetik enerjinin ilk ve son değerleri nedir? Kaybolan kinetik enerji nereye gider?
- İlkinin üzerine düşen diske etki eden ortalama tork nedir? Bu torkün kaynağı nedir?
- İki diskten oluşan sisteme etki eden toplam ortalama tork nedir?



$$a) I = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2}(250)(2)^2 = 500 \text{ kg m}^2$$

2 points

b) $\tau_{net} = 0$ for the system, L is conserved

$$I\omega_0 = 2I\omega \Rightarrow \omega = \frac{\omega_0}{2} = 2.0 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

4 points

$$c) K_0 = \frac{1}{2}I\omega_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot (4)^2 = 4000 \text{ J}$$

2 points

$$K = \frac{1}{2}2I\omega^2 = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot (2)^2 = 2000 \text{ J}$$

2 points

It goes into the internal energy of the discs due to the friction between them. Their temperature should increase.

2 points

$$d) \tau = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{I\omega - 0}{\Delta t} = \frac{500 \cdot 2}{0.01} = 10^5 \text{ N}\cdot\text{m} = 100\,000 \text{ N}\cdot\text{m}$$

2 points

It is produced by the friction between the discs.

2 points

e) Since there are no external forces $\tau_{total} = 0$ for the whole system.

4 points

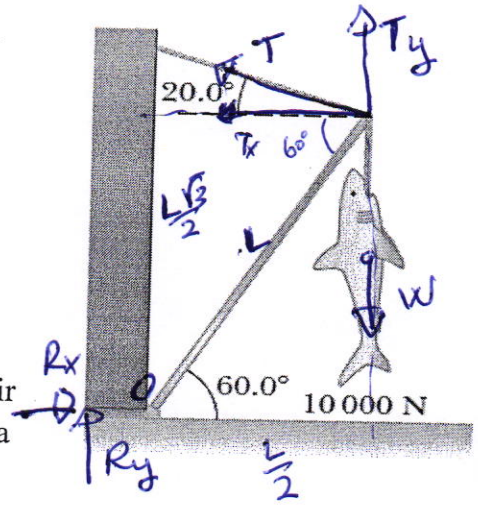
5. A 10 000-N shark is supported by a rope attached to a 4.00-m rod

that can pivot at the base. Assume that the cable is holding the system in the position shown in figure. (Ignore the weight of the rod)

- Calculate the tension in the cable between the rod and the wall,
- Find the horizontal force exerted on the base of the rod
- Find the vertical force exerted on the base of the rod.

10 000 N ağırlığındaki köpekbalığı bir kabloya asılmış ve 4.00 m uzunluğundaki çubuk ile desteklenmektedir. Direğin alt ucu zeminde bir mafsala (pivot) bağlıdır. Kablonun sistemi şekilde gösterildiği konumda tuttuğunu varsayarak, (Çubuğun ağırlığını ihmal ediniz)

- Duvar ile direk arasındaki kablodaki gerilimi hesaplayınız.
- Çubuğun tabanına uygulanan yatay kuvveti hesaplayınız.
- Çubuğun tabanına uygulanan düşey kuvveti hesaplayınız.



$$T_x = T \cos(20^\circ)$$

$$T_y = T \sin(20^\circ)$$

a) $\tau_{net} = 0$, 0 noktasına göre

$$T \cos(20^\circ) \cdot \frac{L\sqrt{3}}{2} + T \sin(20^\circ) \cdot \frac{L}{2} = W \cdot \frac{L}{2}$$

$$T \left(\frac{\cos(20^\circ) \cdot \sin(60^\circ) + \sin(20^\circ) \cdot \cos(60^\circ)}{\sin(80^\circ)} \right) = W \cdot \frac{L}{2}$$

$$T = \frac{W}{2 \sin(80^\circ)} = \frac{10000}{2 \cdot \sin(80^\circ)} = 5077,1 \text{ N}$$

$$b) (\tau_{net})_x = R_x - T_x = 0 \Rightarrow R_x = T_x = T \cos(20^\circ) = 4770,9 \text{ N}$$

$$c) (\tau_{net})_y = 0 = R_y + T_y - W = 0$$

$$R_y = W - T_y = 10000 - T \sin(20^\circ) = 8263,5 \text{ N}$$